Uitwerkingen Hoofdstuk 9, Havo A deel 3

P.G. van de Veen

9.1 Je kiest “zonder terugleggen”

a. Je telt dubbel: abc acb bac bca cab cba

b. $\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=\binom{10}{3}$ Spreek uit als: 10 boven 3

9.2 $P_{(GeenRode)}=\dfrac{\binom{7}{5}\cdot\binom{8}{0}}{\binom{15}{5}}$

9.3. 21K=7R+8W+6G en een trekking van 3 zonder terugleggen

a. $P_{(3R)}=\dfrac{\binom{7}{3}\cdot\binom{8}{0}\cdot\binom{6}{0}}{\binom{21}{3}}=0.026$

b. $P_{(0G)}=\dfrac{\binom{6}{0}\cdot\binom{15}{3}}{\binom{21}{3}}=0.342$

c. $P_{(0W)}=\dfrac{\binom{8}{0}\cdot\binom{13}{3}}{\binom{21}{3}}=0.215$

d. $P_{(2R+1W)}=\dfrac{\binom{7}{2}\cdot\binom{8}{1}\cdot\binom{6}{0}}{\binom{21}{3}}=0.126$

e. $P_{(2W)}=\dfrac{\binom{8}{2}\cdot\binom{13}{1}}{\binom{21}{3}}=0.274$

f. $P_{(1R)}=\dfrac{\binom{7}{1}\cdot\binom{14}{2}}{\binom{21}{3}}=0.479$

9.4.
62K=18R+12B+32W Trekking van 6

a. $P_{(6W)} = \dfrac{\binom{18}{0}\cdot\binom{12}{0}\cdot\binom{32}{6}}{\binom{62}{6}} = 0.015$

b. Van elke kleur 2 dus 2R+2B+2W $P_{(2R+2B+2W)} = \dfrac{\binom{18}{2}\cdot\binom{12}{2}\cdot\binom{32}{2}}{\binom{62}{6}} = 0.081$

c. $P_{(3W+3B)} = \dfrac{\binom{18}{0}\cdot\binom{12}{3}\cdot\binom{32}{3}}{\binom{62}{6}} = 0.018$

d. $P_{(0W)} = \dfrac{\binom{30}{6}\cdot\binom{32}{0}}{\binom{62}{6}} = 0.010$

e. $P_{(4W)} = \dfrac{\binom{30}{2}\cdot\binom{32}{4}}{\binom{62}{6}} = 0.254$

f. $P_{(1R)} = \dfrac{\binom{18}{1}\cdot\binom{44}{5}}{\binom{62}{6}} = 0.318$

9.5.
a.

Blauwe	**0**	**1**	**2**	**3**
Kans	**0.214**	**0.482**	**0.268**	**0.036**

b. Kans op 0, 1, 2 of 3 blauwe =1 want dit zijn alle mogelijkheden.

9.6.

a. 60 K=1R+5W+54Z 5 loten is het trekken van 5 knikkers

b. $P_{(2W)} = \dfrac{\binom{5}{2}\cdot\binom{54}{3}\cdot\binom{1}{0}}{\binom{60}{5}} = 0.045$

c. $P_{(1R+1W)} = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{54}{3}}{\binom{60}{5}} = 0.023$

9.7. 40K=3R+7G+30Z

a. Monique trekt 3 uit 40. $P_{(1\text{Pr}ijs)} = \dfrac{\binom{10}{1}\cdot\binom{30}{2}}{\binom{40}{3}} = 0.440$

b.

c. Barbara koopt er 4. $P_{(2x\text{Pr}ijs2)} = \dfrac{\binom{3}{0}\cdot\binom{7}{2}\cdot\binom{30}{2}}{\binom{40}{4}} = 0.100$

d. 7 loten, allen uit de 30 zwarte. $P_{(0x\text{Pr}ijs)} = \dfrac{\binom{30}{7}\cdot\binom{3}{0}\cdot\binom{7}{0}}{\binom{40}{7}} = 0.002$

9.8 15 K=1Rode+14Overig hieruit 3 trekken $P_{(1xR)} = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{14}{2}}{\binom{15}{3}} = 0.200$

9.9. 1 doos = 20Lampen = 2Defect+18Goed Trekking van 4 $P_{(4xGoed)} = \dfrac{\binom{18}{4}\cdot\binom{2}{0}}{\binom{20}{4}} = 0.632$

9.10 500 appels willekeurig over 20 dozen van 25 stuks verdelen is een trekking van 25 uit een vaas met 500K waarvan 490Goed en 10Rot.

$$P_{(0xRot)} = \frac{\binom{490}{25}\cdot\binom{10}{0}}{\binom{500}{25}} = 0.596$$

9.11 20 kapstokken waarvan op 18 wel een jas mag en op 2 niet (n.l. op de nummers 3 en 12) Model: 20Knikkers=18Groen+2Rood 18 personen ‘trekken’ een willekeurige knikker

$$P_{(2xRood)} = \frac{\binom{18}{18}\cdot\binom{2}{0}}{\binom{20}{18}} = 0.005$$

9.12. Van de 100 zijn er 2 uit Californie en 98 uit andere staten. Trekking van 8

a. $$P_{(0uitCalifornie)} = \frac{\binom{2}{0}\cdot\binom{98}{8}}{\binom{100}{8}} = 0.846$$

b. Er zijn er 2 uit Arizona, 2 uit Florida en 96 Rest

$$P_{(1uitArizona+1uitFlorida)} = \frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{96}{6}}{\binom{100}{8}} = 0.020$$

9.13. 7 balies, voor elke balie 4 personen = 28 personen
Daarvan 5 personen met weinig inchecktijd dus 28K=5R+23G
Ik neem een willekeurige balie = willekeurig 4 personen = trekking van 4

$$P_{(3met\ weinig\ inchecktijd)} = \frac{\binom{5}{3}\cdot\binom{23}{1}}{\binom{28}{4}} = 0.011$$

9.14. 120 personeelsleden: 30% = 36 = OOP en 70%=84 = docent
Daarvan 42 docent_met_fiets en 42 docent_zonder_fiets
12 is OOP_met_de_fiets dus 24 = OOP_zonder_fiets
Trekking van 12 uit 120

a. $P_{(3OOP)} = \dfrac{\binom{36}{3}\cdot\binom{84}{9}}{\binom{120}{12}} = 0.249$

b. $P_{(3OOP)} = \dfrac{\binom{42}{2}\cdot\binom{78}{10}}{\binom{120}{12}} = 0.103$ want 2 uit de 42 docent_met_fiets dus nog 10 uit 78 docent of OOP

c. 5 uit de (42+12) met de fiets = 5 uit 54, dan 7 uit de rest $P_{(5xmet\ fiets)} = \dfrac{\binom{54}{5}\cdot\binom{66}{7}}{\binom{120}{12}} = 0.234$

9.15. 4 genomineerden uit 12 = 8 meisjes + 4 Jongers = $2J_{havo}+2J_{niet\_Havo}+5M_{havo}+3M_{niet\_Havo}$

a. $P_{(4xM)} = \dfrac{\binom{8}{4}}{\binom{12}{4}} = 0.141$

b. 2 Havo uit de $(2J+3M)_{Havo}$ en dan nog 2 uit de rest van 7 $P_{(2Havo+2\mathrm{Rest})} = \dfrac{\binom{5}{2}\cdot\binom{7}{2}}{\binom{12}{4}} = 0.424$

c. 1 uit de $2J_{niet\_Havo}$ $P_{(2Niet\_Havo)} = \dfrac{\binom{2}{1}\cdot\binom{10}{3}}{\binom{12}{4}} = 0.485$

9.16.
De eerste 3 nummers zijn willekeurig gekozen uit 16 dus een trekking van 3 uit 16.

Van die 16 is nr. 14 speciaal dus 16K=1Groen+15Rood $P_{(1R)} = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{15}{2}}{\binom{16}{3}} = 0.188$

b. De laatste 3 zijn ook een trekking van 3 uit 16. 3 nummers zijn speciaal:

$$P_{(nr.1+nr.2+nr.3)} = \frac{\binom{3}{3}\cdot\binom{13}{0}}{\binom{16}{3}} = 0.002$$

c. De eerste 8 is een trekking van 8 uit 16. Er zijn 4 nummers speciaal

$$P_{(nr.3+nr.7+nr.8+nr.9)} = \frac{\binom{4}{4}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{16}{8}} = 0.038$$

9.17. Uit 41 knikkers worden er 7 getrokken

a. Van 1 t/m 41: daar zitten 20 even getallen bij: $P_{(7x even)} = \dfrac{\binom{20}{7}\cdot\binom{21}{0}}{\binom{41}{7}} = 0.003$

b. Er zijn 14 getallen kleiner dan 15. $P_{(7x<15)} = \dfrac{\binom{14}{7}\cdot\binom{27}{0}}{\binom{41}{7}} = 0.00015 = 1.5\cdot 10^{-4}$

c. Er zijn 36 getallen groter dan 5: $P_{(7x>5)} = \dfrac{\binom{36}{7}}{\binom{41}{7}} = 0.371$

d. 1 trekken uit nr. 37 en dan nog 6 uit de rest: $P_{(Grootste\,getal\,is\,37)} = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{36}{6}}{\binom{41}{7}} = 0.087$

e. 37 trekken, 10 trekken en de rest uit die 24 getallen daartussen. $P_{(\geq 5\ en\ \leq 37)} = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{24}{5}}{\binom{41}{7}} = 0.002$

9.18. 8K=5R+3W   en een trekking van 3

a. $P_{(2R)} = \dfrac{\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = 0.536$

b. $P_{(3R)} = \dfrac{\binom{5}{3}\cdot\binom{3}{0}}{\binom{8}{3}} = 0.179$

c. Meer dan 1 witte = 2 witte of 3 witte = 0.536+0.179=0.714

9.19. a. $\binom{74}{4} = 1$ b. Scheelt een deling en scheelt het twee maal uitrekenen van $\binom{80}{4}$

9.20. 10Knikkers=4R+2B+4G trekking van 3

a. $P_{(2R)} + P_{(3R)} = \dfrac{\binom{4}{2}\cdot\binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} + \dfrac{\binom{4}{3}\cdot\binom{6}{0}}{\binom{10}{3}} = 0.300 + 0.033 = 0.333$

b. $P_{(0G)} + P_{(1G)} = \dfrac{\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} + \dfrac{\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{2}}{\binom{10}{3}} = 0.166 + 0.500 = 0.667$

9.21. 28K=13J+15M en trekking van 4

a. $P_{(<2M)} = P_{(0M)} + P_{(1M)} = \dfrac{\binom{15}{0}\cdot\binom{13}{4}}{\binom{28}{4}} + \dfrac{\binom{15}{1}\cdot\binom{13}{3}}{\binom{28}{4}} = 0.035 + 0.209 = 0.244$

b. De mogelijkheden:

$$P_{(1J+3M)} + P_{(2J+2M)} + P_{(3J+1M)} = \frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{15}{3}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{15}{2}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{15}{1}}{\binom{28}{4}} = 0.289 + 0.400 + 0.210 = 0.898$$

9.22. 80 loten = 1 $H_{oofdprijs}$+3$T_{weede_prijzen}$+76 N_{iets}

a. $$P_{(<2\,\mathrm{Pr}ijzen)} = P_{(0\,prijs)} + P_{(1\,prijs)} = \frac{\binom{76}{5}}{\binom{80}{5}} + \frac{\binom{4}{1}\cdot\binom{76}{4}}{\binom{80}{5}} = 0.769 + 0.213 = 0.982$$

b. € 50 is 1 Hoofdprijs of 2 Tweede prijzen

$$P_{(€50)} = P_{(1H)} + P_{(2T)} = \frac{\binom{1}{1}\cdot\binom{3}{0}\cdot\binom{76}{4}}{\binom{80}{5}} + \frac{\binom{1}{0}\cdot\binom{3}{2}\cdot\binom{76}{3}}{\binom{80}{5}} = 0.053 + 0.009 = 0.062$$

9.23. 18 werknemers=8R+10G met trekking van 3

$$P_{(3R)} + P_{(3G)} = \frac{\binom{8}{3}\cdot\binom{10}{0}}{\binom{18}{3}} + \frac{\binom{8}{0}\cdot\binom{10}{3}}{\binom{18}{3}} = 0.216$$

9.24. Er zijn 85 leerlingen, er worden er 10 getrokken.

a. $$P_{(0xN\&T)} + P_{(1xN\&T)} = \frac{\binom{15}{0}\cdot\binom{70}{10}}{\binom{85}{10}} + \frac{\binom{15}{1}\cdot\binom{70}{9}}{\binom{85}{10}} = 0.127 + 0.311 = 0.439$$

b. Dus 8 of 9 of 10 jongens: $P_{(\geq 8J)} = \dfrac{\binom{44}{8}\cdot\binom{41}{2} + \binom{44}{9}\cdot\binom{41}{1} + \binom{44}{10}\cdot\binom{41}{0}}{\binom{85}{10}} = 0.057$

c. 2 of 3 meisjes met N&T $P = \dfrac{\binom{15}{2}\cdot\binom{70}{8} + \binom{15}{3}\cdot\binom{70}{7}}{\binom{85}{10}} = 0.491$

9.25. 22K=12R+10W met trekking van 4

a. $$P_{(4xW)} = \frac{\binom{10}{4}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{22}{4}} = 0.029$$

b. Dus 0 of 1 of 2 of 3 allemaal apart uitrekenen. Veel sneller gaat: $P_{(4<W)} = 1 - P_{(4xW)} = 1 - 0.029 = 0.971$

9.26. 25 loten =21 Niet + 4 Prijs en 3 trekken

a. $P_{(\geq 1 \text{Prijs})} = 1 - P_{(0 \text{Prijs})} = 1 - \dfrac{\binom{21}{3} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{25}{3}} = 1 - 0.578 = 0.422$

b. $P_{(niet\, 3\, prijs)} = 1 - P_{(3x \text{Prijs})} = 1 - \dfrac{\binom{4}{3} \cdot \binom{21}{0}}{\binom{25}{3}} = 1 - 0.001 = 0.998$

c. $P_{(2x \text{Prijs})} = \dfrac{\binom{4}{2} \cdot \binom{21}{1}}{\binom{25}{3}} = 0.055$

d. $P_{(0x \text{Prijs})} = \dfrac{\binom{4}{0} \cdot \binom{21}{3}}{\binom{25}{3}} = 0.578$

9.27. 12K=4G_{eel} + 3 G_{roen} + 5 B_{lauw} trekking van 3

a. $P_{(\geq 1 Groen)} = 1 - P_{(0 Groen)} = 1 - \dfrac{\binom{3}{0} \cdot \binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} = 1 - 0.381 = 0.618$

b. $P_{(0 Blauw of\, 1 Blauw of\, 2 Blauw)} = 1 - P_{(3 Blauw)} = 1 - \dfrac{\binom{5}{3} \cdot \binom{7}{0}}{\binom{12}{3}} = 0.955$

c. $P_{(1 Geel + 1 Groen + 1 Blauw)} = \dfrac{\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = 0.273$

d. $P_{(3 Geel\ of\ 3 Groen of\, 3 Blauw)} = \dfrac{\binom{4}{3} + \binom{3}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} = 0.068$

(Let op: alle 3 gelijke kleur en alle 3 verschillend = **niet** samen 1

9.28.
a. Het omgekeerde van Geen groene = (1 groene of 2 groene of 3 groene enz)
b. Het omgekeerde van allemaal gelijke kleuren = (allemaal op 1 na gelijk, of op 2 na gelijk enz)
c. Het omgekeerde van meer dan twee is 2 of minder
d. Het omgekeerde van hoogstens 3 is meer dan 3

9.29. 60 glazen=4Barts+56Okay. Een willekeurige doos pakken is willekeurig 12 pakken: Trekking van 12

a. $P_{(>1Barst)} = 1 - P_{(0Barst)} = 1 - \dfrac{\binom{56}{12} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{60}{12}} = 1 - 0.399 = 0.601$

b. $P_{(4Barst)} = \dfrac{\binom{56}{8} \cdot \binom{4}{4}}{\binom{60}{12}} = 0.001$

9.30 4 deuren van de 10=7Leeg+3Prijs $P_{(\geq 1 \mathrm{Prijs})} = 1 - P_{(0 \mathrm{Prijs})} = 1 - \dfrac{\binom{7}{4} \cdot \binom{3}{0}}{\binom{10}{4}} = 0.833$

9.31. 6 trekken uit 54=8A_{vanti}+2$W_{oonink+Secretaresse}$+44R_{est}

a. $P_{(\geq 1Avanti)} = 1 - P_{(0Avanti)} = 1 - \dfrac{\binom{46}{6} \cdot \binom{8}{0}}{\binom{54}{6}} = 0.637$

b. $P_{(0xWS)} = \dfrac{\binom{2}{0} \cdot \binom{52}{6}}{\binom{54}{6}} = 0.788$

9.32. 5 trekken uit 65=2 Bestuur Supermarkt + 4 Overig Bestuur + 6 Overige Supermarkt + 53 Rest

a. $P_{(\geq 2B)} = 1 - (P_{(0B)} + P_{(1B)}) = 1 - \dfrac{\binom{6}{0} \cdot \binom{59}{5}}{\binom{65}{5}} - \dfrac{\binom{6}{1} \cdot \binom{59}{4}}{\binom{65}{5}} = 1 - 0.606 - 0.330 = 0.063$

b. $P_{(\geq 1S)} = 1 - P_{(0S)} = 1 - \dfrac{\binom{8}{0} \cdot \binom{57}{5}}{\binom{65}{5}} = 0.493$

c. $P_{(0S+0B)} = \dfrac{\binom{53}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{65}{5}} = 0.347$

9.33. 4 loten trekken uit 50 loten=$1_{100} + 3_{50} + 4_{25} + 42_0$

a. $P_{(0\,\text{Prijs})} + P_{(1\,\text{Prijs})} = \dfrac{\binom{42}{4}}{\binom{50}{4}} + \dfrac{\binom{8}{1}\cdot\binom{42}{3}}{\binom{50}{4}} = 0.885$

$€100 = 1x€100 \;\; of \;\; 2x€50 \;\; of \;\; 4x€25 \;\; of \;\; 1x€50 + 2x€25$

b. $$P = \frac{\binom{1}{1}\cdot\binom{42}{3}\cdot\binom{7}{0} + \binom{1}{0}\cdot\binom{3}{2}\cdot\binom{42}{2}\cdot\binom{4}{0} + \binom{1}{0}\cdot\binom{3}{0}\cdot\binom{4}{4}\cdot\binom{42}{0} + \binom{1}{0}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{42}{0}}{\binom{50}{4}} = 0.064$$

c. €50 = 1x50 of 2x25

$$P = \frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{42}{3}}{\binom{50}{4}} + \frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{42}{2}}{\binom{50}{4}} = 0.172$$

d. Geen €75 = 1-P $_{\text{Wel 75}}$=

$$1-(P_{(1x50+1x25)} + P_{(3x25)}) = 1 - \frac{\binom{1}{0}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{1}\cdot\binom{42}{2}}{\binom{50}{4}} - \frac{\binom{1}{0}\cdot\binom{3}{0}\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{42}{1}}{\binom{50}{4}} = 1 - 0.045 = 0.954$$

9.34. 10 onderwerpen=7 Voorbereid+3onvoorbereid, trekking van 4

a. $P_{(Onvoorbereid \geq 1)} = 1 - P_{(0\,Onvoorbereid)} = 1 - \dfrac{\binom{3}{0}\cdot\binom{7}{4}}{\binom{10}{4}} = 0.833$

b. $P_{(Onvoorbereid = 3)} = \dfrac{\binom{3}{3}\cdot\binom{7}{1}}{\binom{10}{4}} = 0.033$

9.35. 30 leerlingen, 8 worden ondervraagd

a. 6 of 7 of 8 minder dan 10 km. van school: $P = \dfrac{\binom{20}{6}\cdot\binom{10}{2}+\binom{20}{7}\cdot\binom{10}{1}+\binom{20}{8}\cdot\binom{10}{0}}{\binom{30}{8}} = 0.452$

b. $P_{(<7\,Jongens)} = 1-\left[P_{(7\,Jongens)}+P_{(8\,Jongens)}\right] = 1-\left[\dfrac{\binom{12}{7}\cdot\binom{18}{1}+\binom{12}{8}\cdot\binom{18}{0}}{\binom{30}{8}}\right] = 0.997$

c. $P_{(3Meisjes)} = \dfrac{\binom{13}{3}\cdot\binom{17}{5}}{\binom{30}{8}} = 0.302$

9.36. 15Handschoenen=9Links+6Rechts, trekking van 8

a. Precies 4 paar = 4L+4R $P_{(4L+4R)} = \dfrac{\binom{9}{4}\cdot\binom{6}{4}}{\binom{15}{8}} = 0.294$

b. Geen enkel paar dus 8L of 8R maar dat kan niet dus $P_{(8L)} = \dfrac{\binom{9}{8}\cdot\binom{6}{0}}{\binom{15}{8}} = 0.001$

c. 2paar of 3 paar of 4 paar:

$$P_{(2L+2R)}+P_{(3L+3R)}+P_{(4L+4R)} = 1-\left[P_{(0L+0R)}+P_{(1L+1R)}\right] = 1-0.001-\frac{\binom{9}{7}\cdot\binom{6}{1}}{\binom{15}{8}} = 1-0.001-0.033 = 0.965$$

9.37 28 leerlingen=$8_{15j} + 15_{16j} + 5_{17j}$ =
$6_{15+\text{Hoogzijl}} + 2_{15+\text{NietHoogzijl}} + 10_{16+\text{Hoogzijl}} + 5_{16+\text{NietHoogzijl}} + 1_{17+\text{Hoogzijl}} + 4_{17+\text{NietHoogzijl}}$

Trekking van 4:

a. $P_{(\text{minstens één van 16})} = 1 - P_{(0 van 16)} = 1 - \dfrac{\binom{13}{4}\cdot\binom{15}{0}}{\binom{28}{4}} = 0.965$

b. Geen 17 van buiten Hoogzijl: $P_{(geen 17, niet\ uit\ Hoogzijl)} = \dfrac{\binom{4}{0}\cdot\binom{24}{4}}{\binom{28}{4}} = 0.519$

c. Hoogstens 3 dus 0 of 1 of 2 of 3 $P_{(\leq 4 \text{ uit Hoogzijl})} = 1 - P_{(=4 \text{ uit Hoogzijl})} = \dfrac{\binom{6+10+1}{4}\cdot\binom{7}{0}}{\binom{28}{4}} = 0.884$

9.38. b. $P_{(2,2)} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ c. $P_{(1,2)} + P_{(2,1)} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

9.39, 9.40 en 9.41 Uitwerking is overbodig.

9.42. a. 3x gooien met een 4-vlaks dobbelsteen:
a. $P_{(\text{precies één 4})} = \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{27}{64}$
b. $P_{(\text{minstens één 2})} = 1 - P_{(\bar{2},\bar{2},\bar{2})} = 1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = 1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$

9.43. $P_{(\text{Schijf I} = 3)} = \frac{2}{4}$ $P_{(\text{Schijf II} = 3)} = \frac{1}{3}$
a. $P_{(3,3)} = \frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
b. $P_{(\bar{2},\bar{2})} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$
c. $P_{(2\ of\ 4,3)} + P_{(3,1\ of\ 2)} = \frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$
d. $P_{(2,2)} + P_{(3,1)} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$
e. $P_{(3,1)} + P_{(3,2)} + P_{(3,3)} + P_{(2,3)} + P_{(2,4)}$
Iets sneller is: $1 - P_{(\bar{3},\bar{3})} = 1 - \left[P_{(2,1)} + P_{(2,2)} + P_{(4,1)} + P_{(4,2)}\right] = 1 - \left[\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\right] = \frac{2}{3}$

9.44.
I: 10K=2R+3B+5W
II: 5 = 1R+2B+2W

a. $P_{(B,B)} = \frac{3}{10}\cdot\frac{2}{5} = \frac{3}{25}$

b. $P_{(B,W)} + P_{(W,B)} = \frac{3}{10}\cdot\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\cdot\frac{5}{10} = \frac{8}{25}$

c. $P_{(\text{Hoogstens één witte})} = P_{(\text{0 witte})} + P_{(\text{1 witte})} = \frac{5}{10}\cdot\frac{3}{5} + \frac{5}{10}\cdot\frac{3}{5} + \frac{5}{10}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{5}$

d. $P_{(\text{0 witte})} = \frac{5}{10}\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

9.45. De kans op minder dan 5 ogen is 4/5. Er zijn 3 dobbelstenen, het is een onafhankelijk kansexperiment

a. $\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6} = \frac{8}{27}$

b. $\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{125}{216}$

c. Dus 5 óf 6: $\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6} = \frac{1}{27}$

9.46. $P_{\text{1e rood}}=0.4$ $P_{\text{2e rood}}=0.7$, $P_{\text{3e rood}}=0.2$

a. $(1-0.4)\cdot(1-0.3)\cdot(1-0.2) = 0.144$

b. $0.4\cdot0.3\cdot0.8 + 0.6\cdot0.7\cdot0.8 = 0.432$

9.47. $P_{A=\text{kapot}}=0.001$ $P_{B=\text{kapot}}=0.003$, $P_{C=\text{kapot}}=0.002$, $P_{D=\text{kapot}}=0.008$, $P_{E=\text{kapot}}=0.025$

Product van alle complementen = 0.961

9.48.
Kans om 3 te worden als muis 2 jaar is is 0.4. Kans om 4 te worden als muis 3 jaar is is 0.25
a. Kans om 4 te worden als 2-jarige muis = kans om 3 te worden x kans om 4 te worden = 0.40x0.25=0.1
b. Kans om op 3-jarige leeftijd dood te gaan = kans om 3 jaar te worden en geen 4
Dus: Kans om 1 te worden x kans om 2 te worden x kans om 3 te worden x kans om niet 4 te worden =
= 0.42 x 0.60 x 0,40 x (1-0,25) = 0.0756
c. Niet 3 jaar halen = op 0, of 1 of 2 jarige leeftijd doodgaan
0 jaar: (1-0.42)   + 1 jaar: 0.42x(1-0.60)   + 2 jaar: 0.42 x 0.40 x (1-0,40) = 0.899

9.49.
a. Dat is niet onafhankelijk! (Erfelijke aanleg, geen kansexperiment)
b. 0.7 x 0.2. Maar is dit echt onafhankelijk?
c. Dat is beslist afhankelijk. Ligt vlak bij elkaar.

9.50. a. $\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{625}{1296}$ b. Precies hetzelfde

9.51. $P_{(A)}=\frac{2}{5}$ $P_{(B)}=\frac{1}{5}$ $P_{(P)}=\frac{2}{5}$

$P_{(AAAPPP)}=\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3$

maar dan nog vermenigvuldigd met alle combinaties AAAPPP, PPPAAA, enz.

a. Dat zijn er: $\binom{6}{3}$ want: $\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\ \cdot\ 3\cdot2\cdot1}=\frac{\text{Alle mogelijkheden}}{\text{Alle gelijke mogelijkheden}}$

Dus $P_{(3xA+3xP)}=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3=0.082$

b. $P_{(\geq 1A)}=1-P_{(0xA)}=1-\left(\frac{3}{5}\right)^6=0.953$

c. $P_{(BBB\,Rest\,Rest\,Rest)}=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3=0.082$

9.52 $P_{(A)}=\frac{2}{5}$ $P_{(B)}=\frac{1}{5}$ $P_{(P)}=\frac{2}{5}$

a. $P_{(AB)}+P_{(BA)}=2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$

b. $P_{(\bar{B})}=\frac{4}{5}$ dus: $P_{(\bar{B}\bar{B})}=\frac{16}{25}$

c. $P_{(AB)}+P_{(AP)}+P_{(BP)}=2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5}+2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+2\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{16}{25}$

9.53. $P_{(Goed)}=\frac{1}{4}$ $P_{(Fout)}=\frac{3}{4}$

a. $P_{(6xFout)}=\left(\frac{3}{4}\right)^6=0.178$

b. $P_{(\geq 1xGoed)}=1-P_{(6xFout)}=1-0.178=0.822$

c. $P_{(2xGoed+4xFout)}=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^4=0.297$

9.54. 38=2Groen+18zwart+18Rood

a. $P_{(4xZwart)} = \left(\frac{18}{38}\right)^4 = 0.050$

b. $P_{(2xZwart+2xRood} = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 = 0.302$

c. $P_{(\geq 1xGroen)} = 1 - P_{(0xGroen)} = 1 - \left(\frac{36}{38}\right)^4 = 0.194$

d. Op rood = + €10, op Niet_Rood=- €10 dus quit spelen is 2xR + 2Xniet_Rood

$$P_{(2R+2\bar{R})} = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 = 0.379$$

9.55. $P_{(Foto)} = \frac{1}{5} \quad P_{(Geen\ foto)} = \frac{4}{5}$

a. $P_{(5xgeen\ foto)} = \left(\frac{4}{5}\right)^5 = 0.328$

b. $P_{(\geq 1x\ foto)} = 1 - P_{(geen\ foto)} = 0.738$

c. $P_{(1x\ foto)} = \binom{8}{1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7 = 0.336$

9.56.

$$P_{(\geq 2xslagen3daagseopleid.)} = 1 - \left(P_{(0xslagen3daagseopleid.)} + P_{(1xslagen3daagseopleid.)}\right) =$$

a. $1 - \left(0.22^0 \cdot 0.78^8 + \binom{8}{1} \cdot 0.22^1 \cdot 0.78^7\right) = 1 - 0.446 = 0.554$

$$P_{(6xslagenlosse\_d.opleid.)} + P_{(7xslagenlosse\_d.opleid.)} =$$

b. $\binom{12}{6} \cdot 0.53^6 \cdot 0.47^6 + \binom{12}{7} \cdot 0.53^7 \cdot 0.47^5 = 0.220 + 0.213 = 0.434$

$$P_{(0xzakken10daagseopleid.)} + P_{(1xzakken10daagseopleid.)} + P_{(2xzakken10daagseopleid.)} =$$

c. $\binom{10}{0} \cdot 0.29^0 \cdot 0.71^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0.29^1 \cdot 0.71^9 + \binom{10}{2} \cdot 0.29^2 \cdot 0.71^8 = 0.410$

9.57. 5K=3R+2W
a. Ze legt niet terug dus nog 1 witte tussen 4 knikkers
b.
c. WR of WW dus: $P_{(WR)} + P_{(WW)} = \left(\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{2}{5}$

9.58. 8K=5R+3W
Pakken zonder terugleggen tot één witte.
a. $P_{(\overline{W})}\cdot P_{(W)} = \frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7}=0.268$
b. $P_{(\overline{W})}\cdot P_{(\overline{W})}\cdot P_{(\overline{W})}\cdot P_{(W)} = \frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5}=0.107$

9.59.

10 DVD's = 8Goed+2Fout
a. $P_{(GGGF)} = \frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}=0.0002$
b. $P_{(GGGGGF)} = \frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}=0.089$
c. $P_{(\ [GGGF]\ F)} = \binom{4}{1}\cdot\ \frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}\cdot\ \frac{1}{6}=0.089$

9.60. $P_{(Sanne)}=0.6 \qquad P_{(Johan)}=0.4$
a. $P_{(Sanne\ Sanne)}=0.6\cdot 0.6$
b. $P_{(Johan\ Sanne\ Sanne)}=0.4\cdot 0.6\cdot 0.6$
c. $P_{(SJS)}+P_{(JSS)}+P_{(JSJ)}+P_{(SJJ)}=0.6\cdot 0.4\cdot 0.6+0.4\cdot 0.6\cdot 0.6+0.4\cdot 0.6\cdot 0.4+0.6\cdot 0.4\cdot 0.4$

9.61. $P_{(Koos)}=0.65 \qquad P_{(Bart)}=0.35$
a. $P_{(Koos\ Koos)}=0.65\cdot 0.65$
b. $P_{(Koos\ Koos)}+P_{(Bart\ Bart)}=0.65\cdot 0.65+0.35\cdot 0.35$
c. $P_{(Koos\ Koos)}+P_{(Bart\ Koos\ Koos)}+P_{(Koos\ Bart\ Koos)}=0.65^2+0.35\cdot 0.65^2+0.65\cdot 0.35\cdot 0.65$
d. $P_{(BB)}+P_{(BKB)}+P_{(KBB)}=0.35^2+2\cdot 0.35^2\cdot 0.65$

9.62. $P_{(Slagen_1)}=0.6 \qquad P_{(Slagen_2)}=0.4$
a. $P_{(Zakken\ Zakken\ Slagen)}=(1-0.6)\cdot(1-0.3)\cdot 0.3$
b. $P_{(Z_1Z_2Z_2Z_2)}=0.4\cdot 0.7\cdot 0.7\cdot 0.7$

9.63. $P_{(4)} = \frac{1}{4} \qquad P_{(\bar{4})} = \frac{3}{4}$

a. $P_{(\overline{444}\,4)} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1$

b. $P_{(\overline{44444}\,4)} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1$

c. Minder dan 3 keer gooien is 1 of 2 keer gooien dus $P_{(4)} + P_{(\bar{4}4)} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$

d. $P_{\text{Minstens 3 keer gooien}}$ = 1-$P_{\text{minder dan 3 keer gooien}}$ =1- antwoord van 63.c

9.64.

a. $P_{(R)} = \frac{a}{10} \qquad P_{(Zw)} = \frac{10-a}{10}$

b. $P_{(R)} = \frac{b}{8} \qquad P_{(Zw)} = \frac{8-b}{8}$

9.65. $P_{(R_I)} = \frac{x}{11} \qquad P_{(R_{II})} = \frac{x}{6}$

a. $P_{(R_I R_{II})} = \frac{x}{11} \cdot \frac{x}{6} = \frac{x^2}{66}$

b. $P_{(\bar{R}_I R_{II})} = \frac{(11-x)}{11} \cdot \frac{x}{6} = \frac{(11-x) \cdot x}{66}$

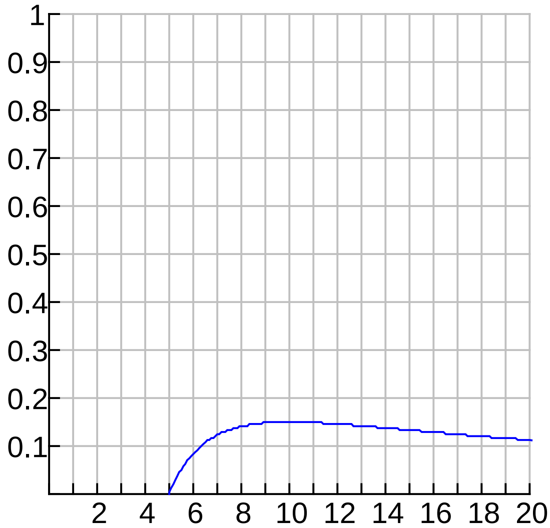
c. $P_{(\bar{R}_I R_{II})} = \frac{(11-x) \cdot x}{66}$ is een kwadratisch verband, bergparabool met een maximum. nulpunten x=0 en x=11 dus een maximum voor x=5.5. Halve knikkers kan niet dus een maximum voor x=5 en voor x=6

9.66. $P_{(R_I)} = \frac{5}{a} \quad P_{(Z_I)} = \frac{a-5}{a} \quad P_{(R_{II})} = \frac{3}{a} \quad P_{(W_{II})} = \frac{a-3}{a}$

a. $P_{(R_I R_{II})} = \frac{5}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{15}{a^2}$

b. $P_{(R_I W_{II})} = \frac{5}{a} \cdot \frac{a-3}{a} = \frac{5 \cdot (a-3)}{a^2}$

c. $P_{(R_I Zw_{II})} = 0 \quad P_{(R_{II} Zw_I)} = \frac{(a-5)}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{3 \cdot (a-5)}{a^2}$



d. Even schetsen: En ik zie: maximum bij a=10
$P_{(a=10)}=0.15$

e. $P_{(R_I Zw_{II})} => 0.1 \quad dus \quad \frac{(a-5)}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{3 \cdot (a-5)}{a^2} > 0.1$

Dus op te lossen: $a^2 - 30a + 150 < 0 \quad Hieruit \quad volgt: 6.34 < a < 23.6 \;\; dus \;\; 7 \leq a \leq 24$

9.67. Er zijn er a rood dus 8-a zwart

a. $P_{(\bar{R}R)} = \frac{(8-a)}{8} \cdot \frac{a}{7}$

b. $P_{(\bar{R}R)} = \frac{(8-a)}{8} \cdot \frac{a}{7} = 0.125 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow (a-1) \cdot (a-7) = 0 \Leftrightarrow a = 1 \vee a = 7$

9.68. $P_{(R_I)} = \frac{3}{8} \quad P_{(W_I)} = \frac{5}{8} \quad P_{(Z_{II})} = \frac{a}{10} \quad P_{(R_{II})} = \frac{10-a}{10}$

a. $P_{(R_I R_{II})} = \frac{3}{8} \cdot \frac{(10-a)}{10}$

b. $P_{(W_I Z_{II})} = \frac{5}{8} \cdot \frac{a}{10}$

c. $P_{(R_I Z_{II})} = \frac{(3+a)}{(8+a)} \cdot \frac{a}{10} = \frac{a^2 + 3a}{10a + 80}$

d. $P_{(R_I Z_{II})} = \frac{a^2 + 3a}{10a + 80} = 0.55 \;\; \Leftrightarrow a^2 - 2.5a - 44 = 0 \Leftrightarrow a = 8$

9.69. $P_{(S_p)} = \frac{1}{4} \quad P_{(\bar{S}_P)} = \frac{3}{4}$

a. $P_{(S_p S_p)} = \frac{7}{28} \cdot \frac{6}{27}$

b. Nee, dit zijn onafhankelijke experimenten dus: $P_{(RR)} = \left(\frac{7}{28}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$

9.70.